

수학 변화와 관계 1. 규칙과 대응

아이디:

이름:

[7점]

1 이차방정식 $x^2 + 4x - 5 = 0$ 의 해는?

- ① $x = -5$ 또는 $x = 1$
- ② $x = -5$ 또는 $x = -1$
- ③ $x = -4$ 또는 $x = 5$
- ④ $x = -5$ 또는 $x = 4$
- ⑤ $x = 1$
- ①

[해설]

$$x^2 + 4x - 5 = 0$$

$$(x + 5)(x - 1) = 0$$

$$x = -5 \text{ 또는 } x = 1$$

[7점]

2 이차방정식 $2x^2 - 3x - 1 = 0$ 의 해는?

- ① $x = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2}$
- ② $x = \frac{4 \pm \sqrt{17}}{3}$
- ③ $x = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{4}$
- ④ $x = -1$ 또는 $x = \frac{1}{2}$
- ⑤ $x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = 1$
- ③

[해설]

근이 공식을 사용하면

$$\begin{aligned} x &= \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 2 \times (-1)}}{2 \times 2} \\ &= \frac{3 \pm \sqrt{9+8}}{4} \\ &= \frac{3 \pm \sqrt{17}}{4} \end{aligned}$$

[7점]

3 다음 대화의 빈칸에 알맞은 용어를 바르게 짝지은 것은?

선생님 : 이차방정식 $x^2 + 6x + 6 = 0$ 의 해를 구해 보렴.

수아 : 이차방정식의 해를 구해야 하니까 주어진 식 $x^2 + 6x + 6 = 0$ 이 ()이/가 되는지 먼저 확인해보자.

성용 : 그래. 음, $x^2 + 6x + 6 = 0$ 이 ()이/가 되지 않으니까 ()을/를 사용해서 풀어야 겠다.

()

()

- | | |
|---------|-------|
| ① 근의 공식 | 인수분해 |
| ② 곱셈 공식 | 인수분해 |
| ③ 인수분해 | 곱셈 공식 |
| ④ 인수분해 | 근의 공식 |
| ⑤ 인수분해 | 치환 |

④

[해설]

이차방정식의 해를 구하기 위해서는 먼저 주어진 식이 인수분해가 되는지 확인한다. 인수분해가 되면 인수분해를 통해 해를 구하고 인수분해가 되지 않는 경우에는 근의 공식을 사용하여 방정식의 해를 구한다. 따라서 (ㄱ)인수분해 (ㄴ)근의 공식이다.

[7점]

- 4 A 프라이팬 제조업체는 원형인 바닥 반지름의 길이를 3cm만큼 늘려, 기존 프라이팬 바닥 넓이의 2배가 되게 제작하였다. 이때 기존 프라이팬 바닥의 반지름의 길이는 몇 cm인가?



- ① $3 - 3\sqrt{2} \text{ cm}$ ② $6\sqrt{2} \text{ cm}$
 ③ $3 + 3\sqrt{2} \text{ cm}$ ④ 15 cm
 ⑤ 21 cm
 ③

[해설]

$$\pi(x+3)^2 = 2 \times \pi x^2$$

$$(x+3)^2 = 2x^2$$

$$x^2 + 6x + 9 = 2x^2$$

$$-x^2 + 6x + 9 = 0$$

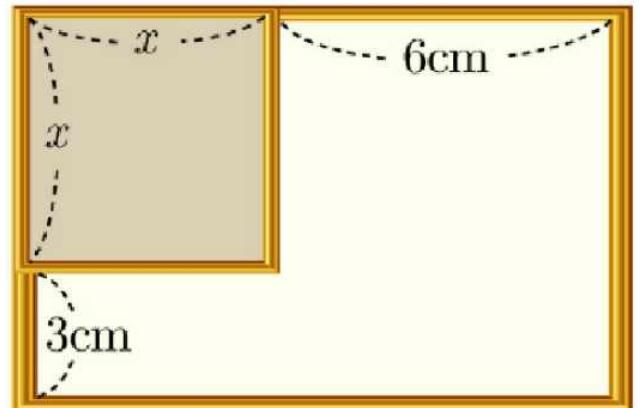
$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 + 36}}{-2} = \frac{6 \pm 6\sqrt{2}}{2} = 3 \pm 3\sqrt{2}$$

$$\text{그런데 } x > 0 \text{ 이므로 } x = 3 + 3\sqrt{2}$$

따라서 기존 프라이팬 바닥의 반지름의 길이는 $(3 + 3\sqrt{2}) \text{ km}$ 이다.

[7점]

- 5 액자제작소에서 정사각형 모양의 액자를 가로 길이는 6cm, 세로의 길이는 3cm만큼 늘렸더니 그 넓이가 처음 넓이의 3배가 되었다. 이때 처음 정사각형 모양 액자의 한 변의 길이는?



- ① 2cm ② 3cm ③ 4cm
 ④ 5cm ⑤ 6cm
 ⑤

[해설]

처음 액자의 한 변의 길이를 $x\text{cm}$ 라 하면

$$(x+6)(x+3)=3x^2$$

$$x^2+9x+18=3x^2$$

$$-2x^2+9x+18=0$$

$$x=\frac{-9\pm\sqrt{81+144}}{-4}=\frac{-9\pm15}{-4}$$

$$x=\frac{-9+15}{-4} \text{ 또는 } x=\frac{-9-15}{-4}$$

$$x=-\frac{3}{2} \text{ 또는 } x=6$$

그런데 $x>0$ 이므로 $x=6$ 이다.

[7점]

6 다음 중에서 y 가 x 의 이차함수인 것은?

- ① 시속 70km 로 x 시간 동안 간 거리 $y\text{km}$
- ② 한 모서리의 길이가 $x\text{cm}$ 인 정육면체의 겉넓이 $y\text{cm}^2$
- ③ 한 변의 길이가 $x\text{cm}$ 인 정사각형의 둘레의 길이 $y\text{cm}$
- ④ 한 시간에 1000 원인 PC방에서 x 시간 사용한 요금 y 원
- ⑤ 가로와 세로의 길이가 $x\text{cm}$ 이고 세로의 길이가 4cm 인 직사각형의 넓이 $y\text{cm}^2$

②

[해설]

① $y=70x$

② $y=6x^2$

③ $y=4x$

④ $y=1000x$

⑤ $y=4x$

이므로 y 가 x 의 이차함수인 것은 ② $y=6x^2$ 이다.

[7점]

7 한 변의 길이가 $x\text{cm}$ 인 정사각형 모양의 명찰을 가로의 길이는 5cm 늘리고 세로의 길이는 3cm 줄였더니 그 넓이가 $y\text{cm}^2$ 로 되었다. 이때 y 를 x 에 관한 식으로 나타내면?

① $y=x^2+2x-15$ ② $y=x^2-2x+15$

③ $y=x^2+5x-3$ ④ $y=2x^2+x-15$

⑤ $y=5x^2-3$

①

[해설]

$$y=(x+5)(x-3)$$

$$y=x^2+2x-15$$

[7점]

8 돌고래가 수면 위로 떠오르기 시작하여 t 초 후의 돌고래의 높이는 $\left\{-\frac{8}{5}t^2 + 4t\right\}$ m라고 한다. 돌고래가 수면 위로 떠오른 지 2초 후의 돌고래의 높이는 몇 m인가?

① $\frac{4}{5}$ m ② $\frac{8}{5}$ m ③ 2m

④ $\frac{12}{5}$ m ⑤ $\frac{28}{5}$ m

②

[해설]

수면 위로 떠오르기 시작하며 t 초 후의 돌고래의 높이를 h m라고 하면

$$h = -\frac{8}{5}t^2 + 4t$$

$$t = 2 \text{일 때}$$

$$h = -\frac{8}{5} \times 2^2 + 4 \times 2$$

$$= -\frac{32}{5} + 8 = \frac{8}{5}$$

따라서 돌고래가 수면 위로 떠오른 지 2초후의 돌고래의 높이는 $\frac{8}{5}$ m이다.

[6점]

9 소영이의 레스토랑에서는 반지름의 길이가 8cm인 피자의 가격이 16,000원이다. 신메뉴를 추가하기 위해 기존의 피자보다 더 큰 피자를 만들 때 피자의 가격은 피자의 넓이에 비례하도록 결정하고자 한다. 피자의 반지름의 길이를 x cm 늘렸을 때의 피자 가격을 y 원이라 할 때, y 를 x 에 관한 식으로 나타내면?

① $y = x^2 + 16x + 64$

② $y = x^2 + 16x + 16000$

③ $y = x^2 + 64x + 16000$

④ $y = 25x^2 + 400x + 1600$

⑤ $y = 250x^2 + 4000x + 16000$

⑤

[해설]

(기존 피자의 넓이):(기존 피자의 가격)=(커진 피자의 넓이):(커진 피자의 가격)

$$64\pi : 16000 = (8+x)^2 : y$$

$$16000 \times (8+x)^2 \pi = 64\pi \times y$$

$$250(8+x)^2 = y$$

$$y = 250(x^2 + 16x + 64)$$

$$y = 250x^2 + 4000x + 16000$$

[7점]

10 철현이는 재배한 고추를 담기위한 상자를 제작하고자 한다. 가로 길이가 40cm, 세로 길이가 30cm인 직사각형 종이를 높이가 x cm인 뚜껑 없는 상자를 만들었다. 이 상자의 바닥넓이를 y cm²라 할 때, y 를 x 에 관한 식으로 나타내면?

- ① $y = -x^2 + 70x - 1200$
- ② $y = x^2 - 70x + 1200$
- ③ $y = -4x^2 + 140x - 1200$
- ④ $y = 4x^2 - 140x + 1200$
- ⑤ $y = 4x^2 + 140x + 1200$
- ④

[해설]

$$\begin{aligned} y &= (40 - 2x)(30 - 2) \\ &= 1200 - 80x - 60x + 4x^2 \\ &= 4x^2 - 140x + 1200 \end{aligned}$$

[6점]

11 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 그래프가 점 $(1, a)$ 를 지난다고 할 때, a 의 값은?

- ① -2 ② -3 ③ -4 ④ -5 ⑤ -6

②

[해설]

이차함수 $y = x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 그래프가 나타내는 이차함수식은 $y = x^2 - 4$ 이므로 $a = 1^2 - 4 = 1 - 4 = -3$

[6점]

12 $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 그래프가 나타내는 이차함수식은?

- ① $y = -3x^2 + 1$ ② $y = -3x^2 - 1$
- ③ $y = -3(x - 1)^2$ ④ $y = -3(x + 1)^2$
- ⑤ $y = -3(x^2 - 1)$
- ③

[해설]

$y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 그래프가 나타내는 이차함수식은 $y = -3(x - 1)^2$ 이다.

[6점]

13 이차함수 $y = -2(x - 4)^2 + 1$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는?

- ① (4, 1) ② (4, -1) ③ (-4, 1)
- ④ (-4, -1) ⑤ (2, 1)
- ①

[해설]

이차함수 $y = a(x - p)^2 + q (a \neq 0)$ 의 그래프는 점 (p, q) 를 꼭짓점으로 하는 포물선이므로 이차함수 $y = -2(x - 4)^2 + 1$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(4, 1)$ 이다.

[6점]

14 주방 도구 디자이너인 성미는 직사각형 모양의 도마를 디자인하는데, 도마 둘레의 길이는 120cm가 되도록 하되 도마의 넓이를 최대로 제작하려고 한다. 성미가 제작한 도마의 넓이는?

- ① 120cm^2 ② 300cm^2 ③ 600cm^2
④ 900cm^2 ⑤ 1200cm^2
④

[해설]

(도마둘레의 길이) $=2 \times$

$\{(\text{도마가로의길이}) + (\text{도마세로의길이})\}$ 이므로

$$120 = 2 \times \{(\text{도마가로의길이}) + (\text{도마세로의길이})\}$$

$$(\text{도마가로의길이}) + (\text{도마세로의길이}) = 60$$

따라서 도마의 가로의 길이를 $x\text{cm}$, 도마의 넓이를 $y\text{cm}^2$ 라 하면

도마의 세로의 길이는 $(60 - x)\text{cm}$ 이다.

$$y = x(60 - x)$$

$$= -x^2 + 60x$$

$$= -(x^2 - 60x)$$

$$= -(x - 30)^2 + 900$$

이므로 도마의 가로의 길이가 $x = 30(\text{cm})$ 일 때, 도마의 넓이는 최대 $y = 900(\text{cm}^2)$ 가 된다.

따라서 성미가 제작한 도마의 넓이는 900cm^2 이다.

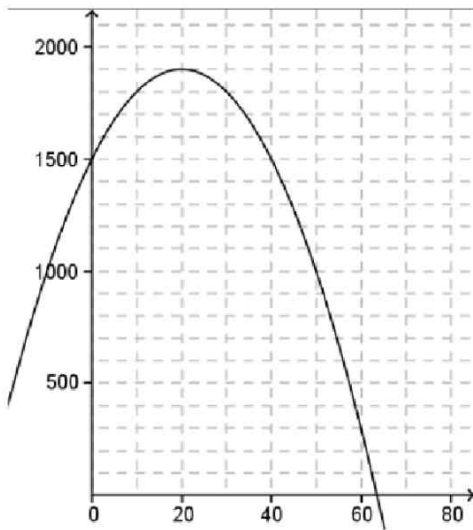
[6점]

15 선아가 개발한 여행상품에 예약한 인원이 50명을 넘어 팸플릿과 같은 이벤트를 준비하였다. 이 상품을 진행하는데 필요한 경비는 기본 3000만원에 1인당 추가 10만원이다.

50명 예약 달성 이벤트

1인 요금 : 100만원

혜택: 1명 추가 예약시마다 모든 예약자 1만원씩 할인



선아는 여행사의 이익이 최대가 되기 위해서는 몇 명을 추가로 모집해야 하는지 알아보기 위해, 50명에서 x 명이 추가로 예약할 때 여행사의 이익을 y 만원이라고 하고 관계식을 세워보았다. y 를 x 에 관하여 나타내면 $y = -x^2 + 40x + 1500$ 의 관계가 있다는 것을 알고 그래프로 나타내 보았다. 여행사의 이익이 최대가 되기 위해서는 몇 명이 추가로 예약해야 하는가?

- ① 20명 ② 40명 ③ 60명
 ④ 1500명 ⑤ 1900명
 ①

[해설]

$y = -x^2 + 40x + 1500$ 그래프의 꼭짓점은 (20, 1900) 이므로 20명이 추가로 예약할 때 최댓값 1900만원의 이익이 발생한다. 따라서 여행사의 이익이 최대이기 위해서는 20명이 추가로 예약해야 한다.